



# Comportamiento del tejido periodontal en modelo bidimensional de EF de un molar sometido a carga ortodóntica

Joan O'Connor Blanco,\*  
Melchor Rodríguez Madrigal,\*\*  
Héctor Calás del Castillo,\*\*\*  
Ángel Mario Felipe  
Garmendia,\*\*\*\*  
Lorenzo Leija Salas\*\*\*\*

\* Instituto de Cibernética Matemática y Física.

\*\* Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría,

\*\*\*\* Hospital Pediátrico Docente Juan Manuel Márquez.

\*\*\* Centro de Investigación de Estudios Avanzados del IPN (CINVESTAV).

Correspondencia:  
Joan O'Connor Blanco  
E-mail: joan@icmf.inf.cu

Artículo recibido: 16/agosto/2007  
Artículo aceptado: 29/octubre/2007

## RESUMEN

En este trabajo se presenta un modelo bidimensional, en base al método de los elementos finitos (EF), del primer molar derecho de la mandíbula (MRFM) con el objetivo de describir el comportamiento del sistema diente, tejido periodontal (PDL), matriz ósea, sometido a tensiones y deformaciones provocadas por cargas equivalentes a las generadas por los aparatos ortodónticos. El modelo tiene en cuenta la geometría compleja del sistema, y se realiza un análisis comparativo del comportamiento lineal elástico y lineal viscoelástico del PDL, con otros resultados reportados en la literatura.

**Palabras clave:** Elementos finitos (EF), viscoelasticidad, PDL, primer molar derecho mandibular, splines, mesh.

## ABSTRACT

In this work, a Finite Element bidimensional model of the Mandibular Right First Molar (MRFM) is developed, to describe the Tooth – Periodontal Ligament (PDL) – Bone system behaviour, submitted to tensions and deformations induced by the loads generated using orthodontic appliances. This model has into account the complex geometry of the system and finally we focus on a comparison of linear elastic and linear viscoelastic PDL behaviour with other literature results reported.

**Key Words:** Finite elements (FE), Viscoelasticity, Periodontal ligament (PDL), Mandibular right first molar (MRMF), Splines, mesh.

## 1. INTRODUCCIÓN

La ortodoncia abarca el ajuste de las relaciones existentes entre los dientes, y entre éstos y los huesos faciales; para ello, se aplican fuerzas o estimulan las fuerzas funcionales dentro del complejo craneofacial a fin de corregir las anomalías desplazando los dientes, e incluso los huesos, a la posición correcta. La modelación matemática de los sistemas biomecánicos con el empleo de la simulación por

el método de Elementos Finitos ocupa un espacio importante y novedoso por su aplicación en ésta y otras disciplinas, como una potente herramienta de diagnóstico para los especialistas. Con este método de simulación es posible mostrar y predecir previamente a una intervención quirúrgica o tratamiento médico, de forma no invasiva, el comportamiento de diferentes sistemas ante diversos estímulos.

Un gran número de investigaciones han estado dirigidas al estudio de los materiales componentes

del diente humano, su comportamiento y reacción bajo la acción de cargas, sean éstas funcionales (cargas oclusales y sus componentes, producto de la masticación) o artificiales (provocadas por aparatos ortodónticos o técnicas operatorias); basadas en la simulación computacional, en experimentos o de carácter experimental o la combinación de ambas. Una búsqueda en la literatura actual referente a este tema muestra un panorama amplio de aplicaciones:

- Análisis de las interacciones diente, PDL y hueso, y sus efectos en humanos<sup>1,2</sup> y en animales<sup>3</sup>.
- Modelación computacional del comportamiento de los materiales del diente a partir de su geometría y propiedades físicas<sup>4-6</sup>.
- Comportamiento de implantes y restauraciones<sup>7,8,13</sup>.

El estudio de la distribución de los esfuerzos y las magnitudes de los desplazamientos en los dientes bajo la acción de cargas es un problema complejo, ya que estamos en presencia del carácter no homogéneo de los materiales del diente y las irregularidades geométricas de sus contornos y formas; además, el diente en su estructura está formado por el esmalte, la dentina, la pulpa y el cemento. Mediante el PDL están acoplados a la matriz ósea, cada uno de estos materiales poseen sus propiedades bien diferenciadas y responden, también, de forma compleja desde el punto de vista biomecánico a partir de sus funciones biológicas<sup>9</sup>.

El presente trabajo tiene como objetivo, obtener un modelo bidimensional aproximado de elementos finitos del sistema diente - PDL - matriz ósea del MRFM, se genera a partir de dominios geométricos que responden a dimensiones estandarizadas de modelos de dientes en forma de mallas, para el análisis de su comportamiento mecánico bajo la acción de fuerzas, simuladas computacionalmente, equivalentes a las provocadas por los aparatos ortodónticos para su posterior comparación con los resultados obtenidos por otros investigadores, este estudio es también una introducción al estudio del comportamiento viscoelástico del PDL.

## 2. DEFINICIÓN DEL SISTEMA ESTUDIADO

Desde el punto de vista morfológico tomamos en cuenta para nuestro modelo: geometría, dimensiones<sup>4,10</sup> y materiales del diente humano.

El MRFM, como todos los dientes humanos (incisivos, caninos y molares), está constituido por teji-

dos duros y blandos<sup>9</sup>; al primer grupo corresponden el esmalte y la dentina y al segundo, la pulpa, éstos, forman el diente que está acoplado o unido a la matriz ósea (mandíbula) mediante el PDL (tejido blando), constituyendo una unidad funcional (Figura 1). La geometría utilizada para el modelo bidimensional, se obtuvo mediante la generación de splines<sup>11</sup> ajustadas a los contornos de los estándares dimensionales del MRFM (Figura 1) en sistema cartesiano a escala real, las coordenadas de los puntos obtenidos, fueron utilizadas en el software de elementos finitos para generar las áreas correspondientes a cada uno de los componentes del modelo dental.

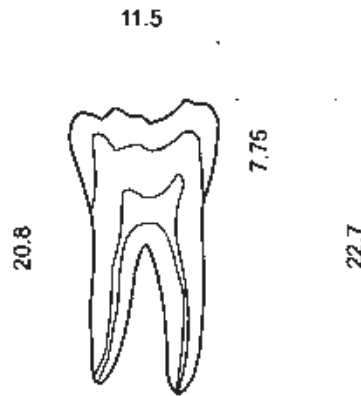
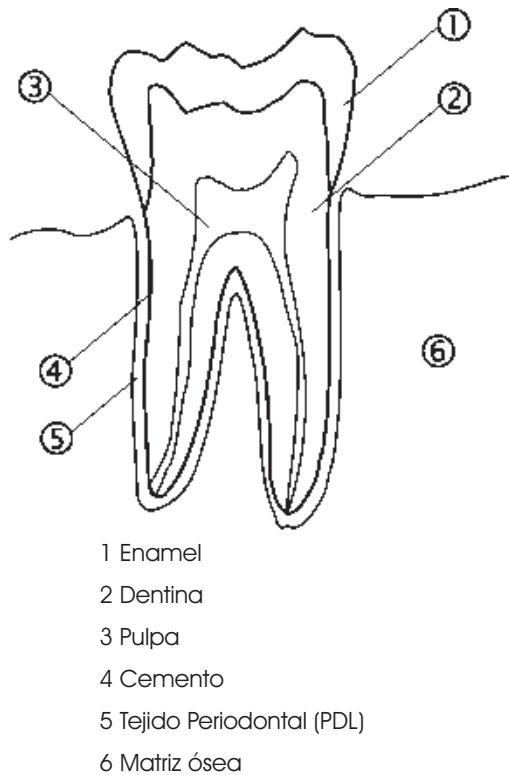
En este trabajo no serán tratados el cemento y la pulpa; el cemento, por sus pequeñas dimensiones en términos de espesor y la complejidad de su geometría (más fino hacia la corona del diente y más grueso hacia el ápice de la raíz) y la pulpa, por su baja influencia en la transmisión de esfuerzos hacia el PDL a partir de las cargas aplicadas en el diente.

Nuestro modelo bidimensional tiene en cuenta el esmalte y la dentina formando el diente, acoplado al PDL, y éste a la matriz ósea. Otros autores no consideran el PDL en sus análisis, o lo simulan con geometrías basadas en primitivos estándares.

Las propiedades de los materiales componentes del diente, el PDL y la matriz ósea se encuentran disponibles en la literatura, el Cuadro I muestra los valores típicos utilizados<sup>1,2,4</sup>.

## 3. MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

Básicamente el principio de los elementos finitos (EF) consiste en la modelación geométrica del objeto de estudio en forma de malla (Mesh), subdividida mediante un proceso llamado discretización, en un número de subunidades llamados elementos, que se encuentran conectados a un número finito de puntos o nodos, los cuales están definidos por sus coordenadas globales. Luego son asignadas las propiedades adecuadas a los materiales que representan estos elementos; conformando un modelo matemático del comportamiento físico del objeto sometido a cargas; para efectuar un análisis posterior de un gran volumen de información, referente a los esfuerzos, deformaciones y desplazamientos obtenidos en las soluciones a las ecuaciones diferenciales que formulan a dicho modelo y que respondan al principio adecuado de mecánica variacional.



**Figura 1.** Dimensiones y partes fundamentales del molar en estudio.

**Cuadro I.** Propiedades típicas de los materiales del diente.

	Módulo de elasticidad E (MPa)	Coefficiente de Poisson $\mu$
Esmalte	$4.1 \cdot 10^4$	0.30
Dentina	$1.9 \cdot 10^4$	0.31
PDL	100	0.45
Matriz ósea	5 509	0.34

La geometría utilizada en el modelo de EF, fue obtenida en forma de coordenadas a partir de la manipulación de las splines de los contornos de los componentes del diente, correspondiente a un plano de corte por la vista lingual (Figura 2).

Los contornos fueron generados sobre imágenes escaneadas (a resolución 300 dpi) en forma de curvas splines, utilizando software de edición vectorial en sistema cartesiano bidimensional a escala real; el espesor del esmalte, se asumió entre 1.03 y 2.05 mm y el espesor del PDL se asumió entre 0.25 y 0.5 mm a partir de valores medios reportados<sup>1,9,10</sup>. El área correspondiente a la matriz ósea se asumió como una sección de la mandíbula y el origen de coordenadas está ubicado para  $y = 0$  en la línea amelocementaria (límite anatómico entre la corona y la raíz del diente).

El software de EF utilizado fue COMSOL MULTIPHYSICS 3.3. Las coordenadas de los puntos que forman las splines (descritas arriba) fueron manipuladas digitalmente e introducidas en COMSOL para generar las áreas de los materiales componentes del modelo (Figura 2) cuyas propiedades están definidas en el Cuadro I, obteniendo un modelo en forma de Meshes formado por 7,566 nodos y 3,673 elementos.

Se utilizó un elemento bidimensional de alto orden, de 6 nodos para el caso triangular, con dos grados de libertad por nodo, recomendado para el caso de ajuste a geometrías complejas y además tiene implementado el fenómeno de viscoelasticidad.

Se evaluaron 3 modelos, que responden a las siguientes características; en función del comportamiento de los materiales y magnitud de las cargas aplicadas (Cuadro II).

Es conocido que el PDL presenta un comportamiento viscoelástico<sup>12</sup>, o sea, posee una componente elástica (recuperable) y otra viscosa (no recuperable); en función de la aplicación de la carga, obteniéndose, a partir del modelo reológico de Maxwell de comportamiento material basado en un muelle o resorte acoplado en serie a un amortiguador (spring-dashpot<sup>14</sup>), las ecuacio-

nes constitutivas que rigen el comportamiento viscoelástico no lineal para un material isotrópico, dadas por:

$$\sigma = \int_0^t 2G(t-\tau) \frac{de}{d\tau} d\tau + I \int_0^t K(t-\tau) \frac{d\Delta}{d\tau} d\tau \quad (1)$$

donde:

$\sigma$ : Tensor de Cauchy,  $e$ : Componente desviatoria de deformación,  $\Delta$ : Componente volumétrica de deformación,  $G(t)$ : Función de Relajación del Módulo

de Cizalladura,  $k(t)$ : Función de Relajación del Módulo de Volumen,  $I$ : Tensor unitario,  $t$ : tiempo actual y  $\tau$ : retardo.

A partir de la expresión (1) y con las gráficas de valores experimentales de comportamiento del módulo de cizalladura (Shear) vs tiempo y módulo de volumen (Bulk) vs tiempo, en el software de EF se inicializan los términos de las series de PRONY y a través de un proceso de regresión no lineal se obtienen las soluciones.

En este trabajo no consideraremos el comportamiento no lineal, sólo analizaremos el PDL para un caso particular de pequeñas deformaciones, en el cual, se puede asumir un comportamiento Quasi-Lineal, donde la ecuación (1) queda de la forma:

$$\sigma_{ij} = 2 \int_0^t G(t-\tau) \frac{d\varepsilon_{ij}(\tau)}{d\tau} d\tau \quad (2)$$

Que responde a la formulación del modelo de Hermann y Peterson de viscoelasticidad lineal y tiene en cuenta sólo la componente desviatoria; donde, el módulo de cizalladura ( $G$ , Shear) está dado por:

$$G(t) = G_\infty + (G_0 - G_\infty)e^{-\beta t} \quad (3)$$

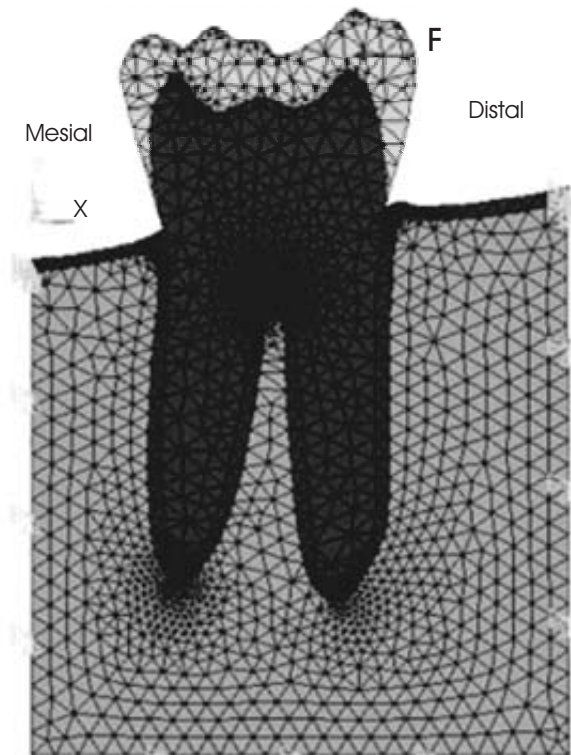
A partir de las correlaciones entre las constantes elásticas,

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} \quad (4)$$

$$K = \frac{E}{3(1-2\mu)} \quad (5)$$

y con los valores de  $E$  y  $\mu$ , (Cuadro III) obtenemos  $G$ ,  $K$  y  $\beta$ , para la formulación del comportamiento viscoelástico lineal del PDL en el modelo de elementos finitos

Finalmente, los valores de las fuerzas aplicadas al diente fueron de 0.39 N y 0.5 N 1, 2 a una altura de aproximadamente 5 mm de la línea amelocementaria (distancia asumida como punto de aplicación de cargas de un aparato ortodóntico para ubicar la carga simulada (Figura 2) en la dirección *distal - mesial* paralela al eje X. La matriz ósea se considera rígida en los nodos que forman las líneas, inferior y laterales.



■ Esmalte                      ■ PDL  
 ■ Dentina                     ■ Matriz ósea

**Figura 2.** Modelo de elementos finitos (MESH) del MRFM.

**Cuadro II.** Modelos de elementos finitos.

Modelo	Esmalte	Dentina	PDL	Matriz ósea	Carga
1	LEI	LEI	LEI	LEI	0.39 N
2	LEI	LEI	LEI	LEI	0.5 N
3	LEI	LEI	VEI	LEI	0.5 N

LEI: Material isotrópico - Comportamiento lineal elástico  
 VEI: Material isotrópico - Comportamiento viscoelástico lineal

**Cuadro III.** Módulos cizalladura (G) y volumétrico (K) del PDL para modelo de elementos finitos.

	Tejido periodontal (PDL)		G (MPa)	K (MPa)	$\beta^*$
	E (MPa)	$\mu$			
Viscoelástico lineal	100	0.45	34,482758	333,3333	0.003

G: Módulo de cizalladura

K: Módulo volumétrico o de volumen

 $\beta^*$ : Compresibilidad (Variación relativa de volumen dV/V), es el inverso de K

#### 4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Este modelo fue comparado con otros problemas similares con diferentes modelos de dientes de la literatura, evidentemente al ser un modelo bidimensional, tiene sus limitaciones y algunos valores de las soluciones es posible que difieran en alguna medida de los reportados, por la naturaleza de las cargas, por ejemplo: lo que para nuestro modelo es una carga distribuida en una línea, para otros modelos tridimensionales es una carga distribuida en una superficie y, la transmisión de los esfuerzos y sus magnitudes, son menores.

Aun con estas limitaciones, conocidas a priori, pero buscando una primera aproximación al problema real para futuros trabajos de investigación; los resultados obtenidos muestran un comportamiento similar al de algunos modelos de la literatura.

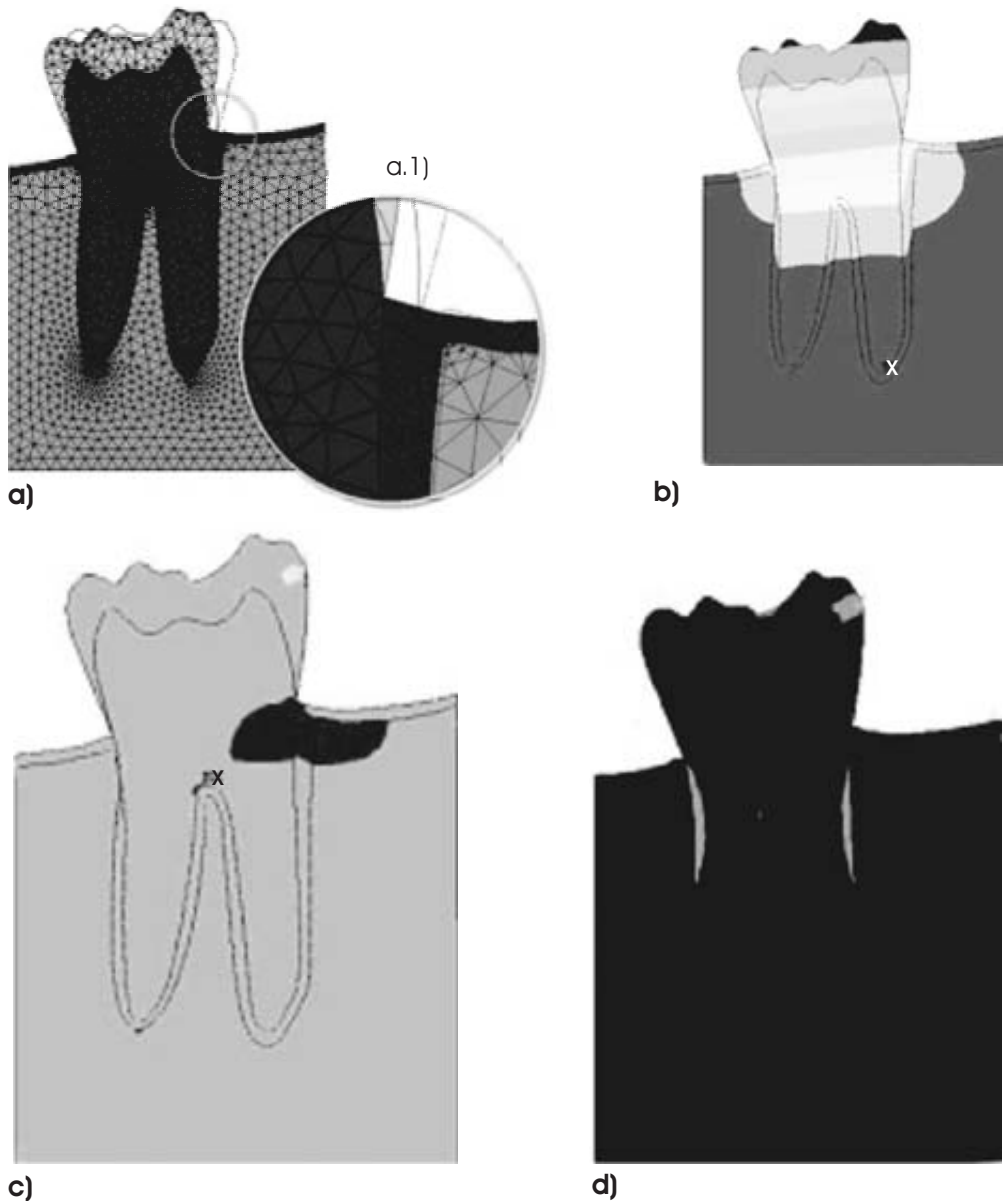
Las soluciones del modelo 2 y 3 son aproximadas, con una diferencia del orden de la diezmilésima, de donde podemos concluir que para pequeñas deformaciones y bajos niveles de carga podemos considerar el comportamiento del PDL Lineal Elástico. Los gráficos de los resultados (Figura 3) corresponden al modelo 3 (PDL viscoelástico lineal). La estructura deformada obtenida del diente (Figura 3.a) bajo la acción de las cargas simuladas de 0.39 N1 y 0.5 N2 es evidente; con valores de deflexión máxima del diente de 1.2 mm para el caso de 0.39 N y 1.48 mm para 0.5 N, para el caso de los modelos lineal elástico y lineal viscoelástico del PDL.

Los valores de los desplazamientos en el PDL se obtuvieron en un rango entre  $459 \mu\text{m}$  y  $116 \mu\text{m}$  desde la cresta alveolar (línea amelocementaria) hacia la mitad de la raíz del MRFM, alcanzando sus valores máximos en la fibra traccionada del PDL (ver detalle Figura 3.a.1); [Jones]<sup>1</sup>, obtuvo valores entre 58 y  $133 \mu\text{m}$  para el PDL con 0.39 N en modelo tridimensional. En el hueso, los desplazamientos de los nodos cercanos a las fibras

del PDL en tensión y en compresión se encontraron en un rango de  $0.41 \times 10^{-10}$  –  $0.55 \times 10^{-10}$  mm, de donde podemos ganar elementos con el fin de corroborar la hipótesis de que el PDL es el principal mediador de los movimientos del diente bajo la acción de cargas.

La distribución obtenida para el caso de las componentes de los esfuerzos en el eje X sigue una distribución según la Figura 3.c) siendo mayores en la fibra traccionada del PDL que en la comprimida, evidentemente, en los gráficos, las zonas de mayores esfuerzos se producen en el punto de aplicación de la carga en el esmalte pero en este trabajo nos centramos en el análisis de la distribución de esfuerzos y magnitudes de los desplazamientos en el PDL.

Siguiendo el planteamiento anterior, los valores máximos de esfuerzos se encontraron en la zona de la fibra traccionada en el orden de los 0.090 kPa a 0.122 kPa hacia la cresta alveolar en la interfaz entre el PDL y la matriz ósea, aunque se encontraron otros puntos importantes de concentración de tensiones en el arco entre las raíces del diente (arco interradicular) con valores de esfuerzos alrededor de 0.105 kPa producto de un desgarramiento al aplicar la carga (PDL a tracción) y en el ápice de la raíz mesial alrededor de 0.103 kPa producto de un enterramiento de la punta de la raíz mesial en el PDL. Los valores de los esfuerzos en la fibra comprimida del PDL (por mesial) varían entre 0.060 kPa a la altura del arco interradicular y 0.090 kPa hacia la cresta alveolar. Los valores de los esfuerzos en el eje X en la matriz ósea son menores que en el PDL por la capacidad de absorción de los niveles de carga de este último gracias a sus propiedades físicas, aunque se encontraron algunos valores relativamente altos entre 0.046 kPa y hasta 0.080 kPa hacia la zona de la interfaz matriz ósea – PDL donde los esfuerzos a compresión del PDL por mesial son máximos. La intensidad de los esfuerzos (Figura 3.d) a lo largo de ambas raíces, mesial y distal, siguen una distri-



**Figura 3.** Desplazamientos y distribución de esfuerzos obtenidos para fuerza de 0.5 N, PDL viscoelástico lineal (Modelo 4); a) Estructura desplazada; a.1) detalle de la fibra tensionada del PDL, b) Desplazamientos en Eje X; c) Componentes en el eje X de los esfuerzos, d) Intensidad de los esfuerzos.

bución similar, aunque las magnitudes de los esfuerzos varían aproximadamente entre los 0.303 kPa y 0.452 kPa para la raíz mesial y entre los 0.313 kPa y 0.486 kPa para la raíz distal, siendo mayores en esta última.

## 5. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se ha obtenido un modelo bidimensional que se aproxima al comportamiento real del MRFM desde el punto de vista morfológico, complejo geoméricamente (ajustado a los contornos del diente basado en splines) con la posibilidad

de realizar estudios de comportamiento; regímenes masticatorios en ortodoncia, cargas oclusales y restauraciones para diferentes materiales utilizando este modelo.

Se obtuvo de la aplicación del modelo que producto de las cargas aplicadas, la distribución de los esfuerzos en el PDL coincide con las obtenidas por otros autores, siendo mayores en las fibras tensionadas que en las fibras comprimidas, aunque también se encontraron otros puntos de concentración de tensiones cercanos a estos máximos en el ápice de la raíz mesial (a compresión) y en el arco formado por las dos raíces (a tracción). Los

desplazamientos en el PDL se pueden considerar dentro del rango de los desplazamientos obtenidos por otros autores, obteniéndose valores máximos de  $492 \mu\text{m}$  en las fibras sometidas a tracción y  $396 \mu\text{m}$  en las fibras sometidas a compresión. Por otra parte, los desplazamientos máximos para el diente se encontraron entre los 1.012 y 1.273 mm valores dentro de un rango aproximado a los obtenidos vía experimental por otros autores para los valores de cargas simulados.

Los resultados presentados pueden ser de gran utilidad a los especialistas a la hora de determinar o predecir las magnitudes de los desplazamientos de los dientes y de localizar los puntos de concentración de esfuerzos, para una carga determinada y para ubicar los posibles puntos o zonas de reabsorción del hueso en zonas sometidas a compresión y de osteointegración en las zonas sometidas a tracción.

### BIBLIOGRAFÍA

1. Jones ML, Hickman J, Middleton J, Knox J, Volp C. A Validated finite element method study of orthodontics tooth movement in human subject. *Journal of Orthodontics* 2001; 28(1): 29-38.
2. Cattaneo PM, Dalstra M, Melsen B. The finite element method: a Tool to study orthodontic tooth movement. *J Dent Res* 2005; 84(5): 428-433.
3. Berginski M. Modeling bladder muscle: A finite element approach, VCU BBSI Summer Institute. 2005 Final Report.
4. Rubin C, Krishnamurthy N, Capilouto E, Yi H. Stress analysis of the human tooth using a three-dimensional finite element model. *Journal Dental Research* 1983; 62(2): 82-86.
5. Spears IR, van Noort R, Comptom RH, Cardew GE, Howard IC. The effects of enamel anisotropy on the distribution of stress in a tooth. *J Dent Res* 1983; 72(11): 1528-1531.
6. Bartakova S, Suchanek J, Miaulka J, Vanuk J. Computer simulation of bony tissue response to a partial removable denture fitted to a lower jaw. *Scripta Medica (Brno)* 2003; 76(1): 21-28.
7. Mori M, Ueti M, Matson E, Saito T. Estudo da distribuição das tensões internas, sob carga axial, em dente hígido e em dente restaurado com coroa metalocerâmica e retentor intra-radicular fundido – Método do Elemento Finito. *Rev Odontol. Univ São Paulo* 1997; 11(2): 99-107.
8. Chun LL, Chih HCh, Chau HW, Ching ChK, Huey EL. Numerical investigation of the factors affecting interfacial stresses in an MOD restored tooth by auto-meshed finite element method, Taiwan. *Journal of Oral Rehabilitation* 2001; 517-525.
9. Shumacher G-H. *Odontografía. Anatomía de la superficie dental*, Editorial Científico-Técnica, Wilhelm Pieck, Rostock, RDA 1988; 11(44): 95-98.
10. Linek HA. *Tooth Carving Manual*, 2nd Ed., Columbia Dentofom, Los Angeles, California 1949; 5: 32-33.
11. Tizzard A, Horeh L, Yerworth RJ, Holder DS, Bayford RH. Generating accurate finite element meshes for the forward model of the human head in EIT. *Physiol Meas* 2005; 26: S251-S261.
12. Provenzano PP, Lakes RS, Corr DT, Vanderby R Jr. Application of nonlinear viscoelastic models to describe ligament behaviour. *Biomechan Model Mechanobiol* 2002; 1: 45-57.
13. Futterling S, Klein R, Straber W, Weber H. Automated finite element modeling of a human mandible with dental implants. The Pennsylvania State University.
14. Schmidt A, Gaul L. FE Implementation of viscoelastic constitutive stress-strain relations involving fractional time derivatives. Institut A f"ur Mechanik, Universit "at Stuttgart, Germany Cite Seer Archives.